

# ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ЭКОНОМИКЕ

## 1. ЧАСТОТНЫЙ АНАЛИЗ КУРСОВ ВАЛЮТ.

Известно, что стоимость денежных единиц на мировом валютном рынке не описывается *детерминированными* законами и изменяется по законам *массовых явлений*. Как правило, для описания ряда распределения стоимости денежной единицы как статистической величины используют нормальный закон распределения случайной величины.

Для нормального закона функция, определяющая плотность распределения вероятности случайной величины характеризуется двумя параметрами – **математическим ожиданием**  $\bar{x}$  и **средним квадратичным отклонением**  $\sigma$ . Обе эти величины откладываются на числовой оси значений  $x$  случайной величины.

Для нормального закона величина  $\bar{x}$  совпадает с наиболее вероятной статистической величиной, а интервал  $\bar{x} \pm \sigma$  на числовой оси значений  $x$  определяет тот набор значений статистической величины, вероятности которых незначительно отличаются от максимальной вероятности.

В экономике в так называемой теории риска, указанный интервал  $\bar{x} \pm \sigma$  значений случайной величины трактуется как **мера риска**.

Следует заметить, что указанная трактовка интервала  $\bar{x} \pm \sigma$  возможна только в том случае, когда опытный ряд распределения статистической величины подчиняется нормальному закону, так как только в этом случае вероятности соизмеримые с вероятностью числа  $\bar{x}$  не выходят за пределы указанного интервала.

Изучение статистических данных курса валют показывают, что, как правило, ряды распределения стоимости денежных единиц не подчиняются нормальному закону. В таких случаях возникает проблема определения так называемой меры риска.

Действительно рассмотрим данные по стоимости денежной единицы Доллар (USD), которые имели место в течение марта месяца 2008 года, представленные в Таблице 1.

Таблица 1

<b>Дата</b>	<b>Курс Доллара</b>	<b>Дата</b>	<b>Курс Доллара</b>
18.03.2008	23,51	24.03.2008	23,77
28.03.2008	23,51	08.03.2008	23,83
29.03.2008	23,51	09.03.2008	23,83
30.03.2008	23,51	10.03.2008	23,83
31.03.2008	23,51	11.03.2008	23,83
19.03.2008	23,53	25.03.2008	23,83
20.03.2008	23,55	13.03.2008	23,84
15.03.2008	23,64	12.03.2008	23,85
16.03.2008	23,64	07.03.2008	23,93
17.03.2008	23,64	01.03.2008	24,00
27.03.2008	23,65	02.03.2008	24,00
21.03.2008	23,67	03.03.2008	24,00
14.03.2008	23,69	04.03.2008	24,01
26.03.2008	23,70	05.03.2008	24,04
22.03.2008	23,77	06.03.2008	24,04
23.03.2008	23,77		

Для получения статистической сводки сгруппировать данные таблицы 1 в интервалы, включающие близкие значения цен валюты Доллар в рублях. Затем эти интервалы, обозначим их через  $z_i$ , числовых значений  $x$  поставить в соответствие – количеству  $n_i$  дней, курс валют которых попадает в  $z_i$  интервал.

В данном случае количество интервалов можно выбрать равным восьми, тогда величину  $h$  интервала по оси  $x$  следует вычислять по формуле

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{8} \quad (1)$$

Границы рассматриваемых интервалов будем определять так:

$$y_{j+1} = y_j + h \quad j=0,1,2,3,4,5,6,7 \quad (2)$$

Причем  $y_0 = x_{\min} = 26,41$ , а  $y_8 = x_{\max} = 27,29$ .

В формуле (2) числа  $y_j$  суть начало  $z_i$  интервала, а числа  $y_{j+1}$  – конец того же интервала.

Для получения статистического числа  $x_i$ , как числа эквивалентного всем числам, попадающим в интервал  $y_{j+1} - y_j$  воспользуемся формулой:

$$x_i = \frac{y_j + y_{j+1}}{2} \quad (3)$$

По (3) построим таблицу значений распределения статистической величины  $x_i$ :

Частоту  $P_i$  появления числа  $n_i$  в интервале  $y_j - y_{j+1}$  будем определять по формуле (4)

$$P_i = \frac{n_i}{\sum n_i} \quad (4)$$

Ряд распределения  $P_i = P_i(x_i)$  характеризуется математическим ожиданием:

$$x = \sum x_i p_i \quad (5)$$

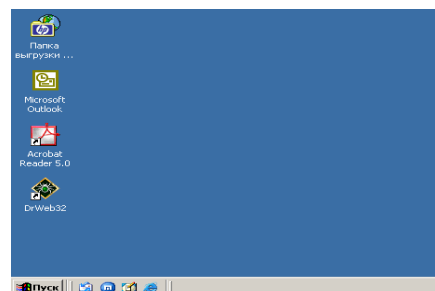
и средним квадратическим отклонением равным

$$\sigma = \sqrt{\sum (x_i - x)^2 p_i} \quad (6)$$

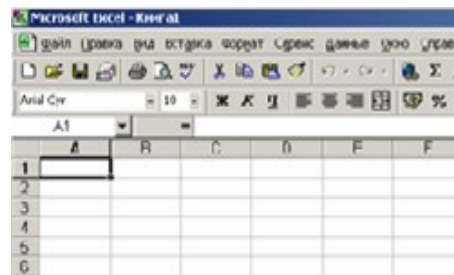
В случае нормального закона распределения статистической величины  $x_i$  величина  $\bar{x}$  – математического ожидания расположена посередине всего интервала изменения числовых значений  $x_i$ . В этом случае  $\bar{x}$  есть в тоже время и наиболее вероятная величина.

Величина среднего квадратического отклонения  $\sigma$  определяет меру рассеяния величин  $x_i$  от наиболее вероятной величины  $\bar{x}$ . Кривая нормального закона обладает таким свойством, что для нее мера рассеяния определяется двумя точками на числовой оси, определяемыми как  $\bar{x} \pm \sigma$ .

## 1. Включение компьютера и вход в систему.



## 2. Запустить программу Microsoft Excel.



## 3. Выбор активного листа.

Параметры: - лист: «Лист1».



## 4. Занесение данных в ячейку.

Параметры: - ячейка: A1, N1, D1; - данные: «цц», «вв», «Курс Доллара».

	A	B	C
1	Дата	День недели	Курс Доллара
2			
3			

## 5. Занесение данных в ячейку.

Параметры: - диапазон ячеек: A2÷A32; - данные: «Таблица 1: Дата».

	A	B
1	Дата	День недели
2	18.03.2008	
3	28.03.2008	
4	29.03.2008	

## 6. Занесение данных в ячейку.

Параметры: - диапазон ячеек: C2÷C32; - данные: «Таблица 1: Курс Евро».

	B	C
	День недели	Курс Доллара
		23,51
		23,51
		23,51
		23,51

## 7. Занесение данных в ячейку.

Параметры: - ячейка: B2; - данные: «вторник».

	B	C
	День недели	Курс Доллара
	вторник	23,51
		23,51
		23,51

## 8. Автозаполнение.

Параметры: - начальная ячейка: B2; - конечная ячейка: B32.

A	B	C
Дата	День недели	Курс Доллара
18.03.2008	вторник	23,51
28.03.2008	среда	23,51
29.03.2008	четверг	23,51

## 9. Занесение данных в ячейку.

Параметры: - ячейка: D2, D3, D4; - данные: «max», «min», «h».

C	D
Курс Доллара	
23,51	max
23,51	min
23,51	h

## 10. Занесение данных в ячейку.

Параметры: - ячейка: E2, E3, E4; - данные: «=МАКС(C2:C32)», «=МИН(C2:C32)», «=(E2-E3)/8».

max	24,04
min	23,51
h	0,07

**11. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: G1; - данные: «z<sub>i</sub>».

G	H
z <sub>i</sub>	

**12. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: G2, G3; - данные: 1, 2.

F	G
	z <sub>i</sub>
	1
	2

**13. активизация диапазона ячеек.**

Параметры: - диапазон: G2÷G3.

F	G
	z <sub>i</sub>
	1
	2

**14. Автозаполнение.**

Параметры: - начальный диапазон ячеек: G2÷G3; - конечная ячейка: G9.

	G	H
7	6	
8	7	
9	8	

**15. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: H1; - данные: «y<sub>i</sub>».

G	H
z <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>
1	
2	

**16. активизация ячейки.**

Параметры: - ячейка: E2.

D	E
max	24,04
min	23,51
h	0,07

**17. Копирование в буфера обмена Microsoft Excel.**

**18. Специальная вставка - значения.**

Параметры: - ячейка: H2.

G	H
z <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>
1	23,51

**19. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: H3; - данные: «=H2+\$E\$4».

G	H
z <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>
1	23,51
2	23,58

**20. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: H3; - конечная ячейка: H9.

G	H
6	23,84
7	23,91
8	23,97

**21. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: I1; - данные: «y<sub>i+1</sub>».

H	I
y <sub>i</sub>	y <sub>i+1</sub>
23,51	
23,58	

**22. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: I2; - данные: «=H2+\$E\$4».

H	I
y <sub>i</sub>	y <sub>i+1</sub>
23,51	23,58

**23. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: I2; -  
конечная ячейка: I9.

H	I
23,84	23,91
23,91	23,97
23,97	24,04

**24. Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: J2; - данные:  
«=СЦЕПИТЬ("<";H2)».

fx =СЦЕПИТЬ("<";H2)

H	I	J
23,51	23,58	<23,51

**25. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: J2; -  
конечная ячейка: J9.

I	J
23,91	<23,84125
23,97	<23,9075
24,04	<23,97375

**26. Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: K2; - данные:  
«=СЦЕПИТЬ("<=";I2)».

fx =СЦЕПИТЬ("<=";I2)

J	K
<23,51	<=23,5762

**27. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: K2; -  
конечная ячейка: K9.

J	K
<23,84125	<=23,9075
<23,9075	<=23,9737
<23,97375	<=24,04

частично

**28. Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: L1; - данные: «xi».

K	L
	xi
<=23,57625	

частично

**29. Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: L2; - данные:  
«=H2+E\$4/2».

**30. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: L2; -  
конечная ячейка: L9.

K	L
<=23,9075	23,87438
<=23,9737	23,94063
<=24,04	24,00688

частично

**31. Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: M1; - данные: «ni».

L	M
xi	ni
23,54313	
23,60938	

**32. Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: M2; - данные: «=СЧЁТЕСЛИ(C\$2:C\$32;K2)-  
СЧЁТЕСЛИ(C\$2:C\$32;J2)».

fx =СЧЁТЕСЛИ(C\$2:C\$32;K2)-СЧЁТЕСЛИ(C\$2:C\$32;J2)

K	L	M	N	O
<=23,5762	23,54313	7		

**33. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: M2; -  
конечная ячейка: M9.

L	M
23,87438	1
23,94063	1
24,00688	6

**34. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: M10; - данные: «=СУММ(M2:M9)».

fx =СУММ(M2:M9)	
L	M
	31

**35. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: N1; - данные: «P<sub>i</sub>».

M	N
n <sub>i</sub>	P <sub>i</sub>
7	

**36. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: N2; - данные: «=M2/M\$10».

fx =M2/M\$10	
M	N
7	0,225806

**37. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: N2; - конечная ячейка: N9.

M	N
1	0,032258
1	0,032258
6	0,193548

**38. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: N10; - данные: «=СУММ(N2:N9)».

fx =СУММ(N2:N9)	
M	N
31	1

**39. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: O1; - данные: «x<sub>i</sub>\*P<sub>i</sub>».

N	O
P <sub>i</sub>	x <sub>i</sub> *P <sub>i</sub>
0,225806	

**40. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: O2; - данные: «=L2\*N2».

fx =L2*N2	
N	O
0,225806	5,31619

**41. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: O2; - конечная ячейка: O9.

fx =L9*N9	
N	O
0,032258	0,770141
0,032258	0,772278
0,193548	4,646492

**42. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: O10; - данные: «=СУММ(O2:O9)».

fx =СУММ(O2:O9)	
N	O
0,193548	4,646492
1	23,75042

**43. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: P1; - данные: «P<sub>i</sub>(x<sub>i</sub>-x)<sup>2</sup>».

O	P
x <sub>i</sub> *P <sub>i</sub>	P <sub>i</sub> (x <sub>i</sub> -x) <sup>2</sup>
5,31619	

**44. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: P2; - данные: «=N2\*((L2-\$O\$10)^2)».

fx =N2*((L2-\$O\$10)^2)		
N	O	P
P <sub>i</sub>	x <sub>i</sub> *P <sub>i</sub>	P <sub>i</sub> (x <sub>i</sub> -x) <sup>2</sup>
0,225806	5,31619	0,009703

**45. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: P2; - конечная ячейка: P9.

fx =N9*((L9-\$O\$10)^2)	
O	P
0,770141	0,000496
0,772278	0,001167
4,646492	0,012729

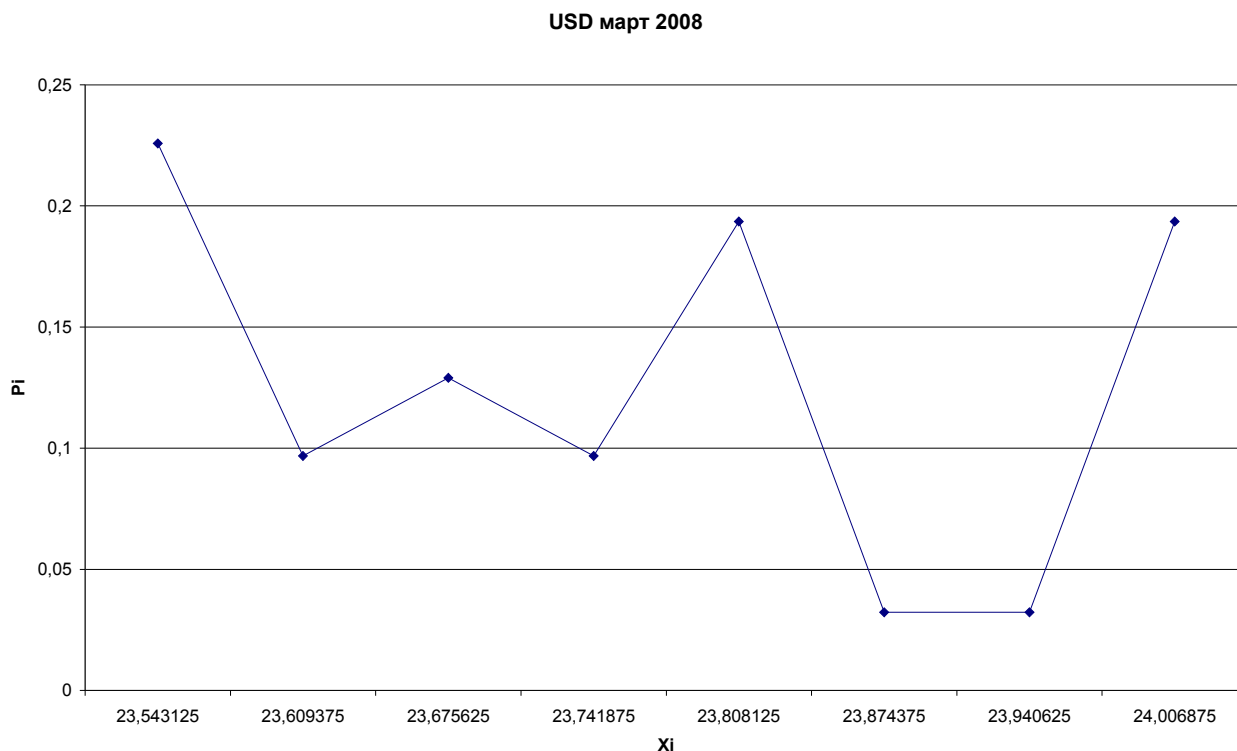
#### 46. **Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: P10; - данные: «=КОРЕНЬ(СУММ(P2:P9))».

fx =КОРЕНЬ(СУММ(P2:P9))		
O	P	Q
23,75042	0,165511	

#### 47. **Построение диаграммы.**

Параметры: - тип: «графики»; - вид: «первый»; - название оси X: « $x_i$ »; - название оси Y: « $P_i$ ».



#### 48. **Активизация не связанного диапазона ячеек.**

Параметры: - диапазон ячеек 1: G1:G9; - диапазон ячеек 2: L1:L9; - диапазон ячеек 3: N1:N9. Результат выполнения на рисунке 47.

G	H	I	J	K	L	M	N
z <sub>i</sub>	y <sub>i</sub>	y <sub>i+1</sub>			x <sub>i</sub>	n <sub>i</sub>	P <sub>i</sub>
1	23,51	23,58	<23,51	<=23,5762	23,54313	7	0,225806
2	23,58	23,64	<23,57625	<=23,6425	23,60938	3	0,096774
3	23,64	23,71	<23,6425	<=23,7087	23,67563	4	0,129032
4	23,71	23,78	<23,70875	<=23,775	23,74188	3	0,096774
5	23,78	23,84	<23,775	<=23,8412	23,80813	6	0,193548
6	23,84	23,91	<23,84125	<=23,9075	23,87438	1	0,032258
7	23,91	23,97	<23,9075	<=23,9737	23,94063	1	0,032258
8	23,97	24,04	<23,97375	<=24,04	24,00688	6	0,193548

#### 49. **Копирование в буфера обмена Microsoft Excel.**

#### 50. **Выбор активного листа.**



Параметры: - лист: «Лист2».



### 51. **Специальная вставка - значения.**

Параметры: - ячейка: A1.

	A	B	C
1	zi	xi	Pi
2	1	23,54313	0,225806
3	2	23,60938	0,096774
4	3	23,67563	0,129032

### 52. **Сортировка данных.**

Параметры: - диапазон: B1÷C9; - сортировка по: «P<sub>i</sub>» - сортировка: «по возрастанию».

	A	B	C
1	zi	xi	Pi
2	1	23,87438	0,032258
3	2	23,94063	0,032258
4	3	23,60938	0,096774

### 53. **Активизация диапазона ячеек.**

Параметры: - диапазон ячеек: C2:C9.

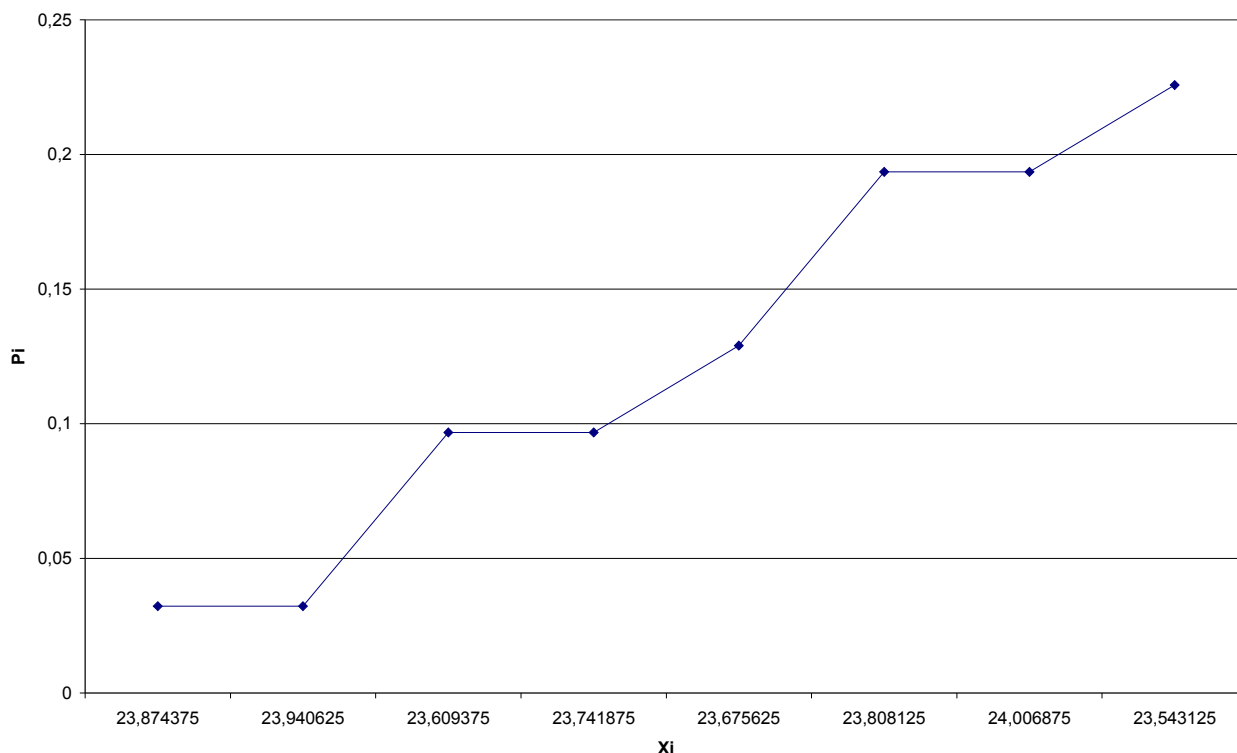
B	C
xi	Pi
23,87438	0,032258
23,94063	0,032258

### 54. **Построение диаграммы.**

Параметры: - тип: «графики»; - вид: «первый»; - название оси X: «x<sub>i</sub>»; - название оси Y: «P<sub>i</sub>».

Чтобы продолжить анализ курса валют нам необходимо преобразовать получившиеся данные, таким образом, чтобы можно было построить график нормального ряда распределения случайной величины по Гауссу.

Для этого выразим величину  $P_i=P_i(x_i)$  через эквивалентную ей величину  $P_i=P_i(z_i)$ , где  $z_i$  - суть числа натурального ряда, которые поставлены в соответствие числам  $x_i$ . Таким образом,  $P_i=P_i(z_i)$  суть дискретная функция, построенная на элементах  $z=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$  дискретного множества.



**55. Активизация диапазона ячеек.**

Параметры: - диапазон ячеек: B1:C9.

	A	B	C
1	zi	xi	Pi
2	1	23,87438	0,032258
3	2	23,94063	0,032258
4	3	23,60938	0,096774

**56. Активизация диапазона ячеек.**

Параметры: - диапазон ячеек: B1÷C1.

B	C
xi	Pi
23,87438	0,032258

**57. Копирование в буфера обмена Microsoft Excel.**

**58. Вставка из буфера обмена.**

Параметры: - ячейка: D1.

Последовательно повторим выполнение пунктов 56, 57 и 58 для всех оставшихся нечётных диапазонов ячеек вплоть до диапазона B9÷C9. Вставку из буфера обмена следует производить последовательно в ячейки с D2 по D5.

Аналогичным образом выполним шаги 56, 57 и 58 для чётных диапазонов ячеек начиная с диапазона B8÷C8 вплоть до диапазона B2÷C2. Вставку из буфера обмена следует производить последовательно в ячейки с D6 по D9.

	A	B	C	D	E	
1	zi	xi	Pi	xi	Pi	
2		1	23,87438	0,032258	23,94063	0,032258
3		2	23,94063	0,032258	23,74188	0,096774
4		3	23,60938	0,096774	23,80813	0,193548
5		4	23,74188	0,096774	23,54313	0,225806
6		5	23,67563	0,129032	24,00688	0,193548
7		6	23,80813	0,193548	23,67563	0,129032
8		7	24,00688	0,193548	23,60938	0,096774
9		8	23,54313	0,225806	23,87438	0,032258

Теперь вычисляем математическое ожидание  $\bar{z}$  и среднее квадратичное отклонение  $\sigma_1$  по следующим формулам:

$$\bar{z} = \sum z_i P_i \quad (7)$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\sum (z_i - \bar{z})^2 P_i} \quad (8)$$

### 59. занесение данных в ячейку.

Параметры: - ячейка: F1; - данные: «zi\*Pi».

E	F
Pi	zi*Pi
0,032258	

### 60. занесение данных в ячейку.

Параметры: - ячейка: F1; - данные: «=A2\*E2».

fx =A2*E2	
E	F
0,032258	0,032258
0,096774	

### 61. Автозаполнение.

Параметры: - начальная ячейка: F2; - конечная ячейка: F9.

E	F
0,129032	0,774194
0,096774	0,677419
0,032258	0,258065

### 62. занесение данных в ячейку.

Параметры: - ячейка: F10; - данные: «=СУММ(F2:F9)».

fx =СУММ(F2:F9)	
E	F
0,032258	0,258065
	4,387097

### 63. занесение данных в ячейку.

Параметры: - ячейка: G1; - данные: «(zi-z)²».

F	G
zi*Pi	(zi-z)²
0,032258	

### 64. занесение данных в ячейку.

Параметры: - ячейка: G2; - данные: «=(A2-\$F\$10)^2».

fx =(A2-\$F\$10)^2	
F	G
0,032258	11,47242

### 65. Автозаполнение.

Параметры: - начальная ячейка: G2; - конечная ячейка: G9.

fx =(A9-\$F\$10)^2	
F	G
0,774194	2,601457
0,677419	6,827263
0,258065	13,05307

### 66. занесение данных в ячейку.

Параметры: - ячейка: H1; - данные: «Pi(zi-z)²».

G	H
(zi-z)²	Pi(zi-z)²
11,47242	

### 67. **Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: H2; - данные: «=E2\*G2».

fx =E2*G2	
G	H
11,47242	0,370078
5,698231	

### 68. **Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: H2; - конечная ячейка: H9.

G	H
2,601457	0,335672
6,827263	0,660703
13,05307	0,421067

### 69. **Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: H10; - данные: «=КОРЕНЬ(СУММ(H2:H9))».

fx =КОРЕНЬ(СУММ(H2:H9))		
G	H	I
13,05307	0,421067	
	1,67866	

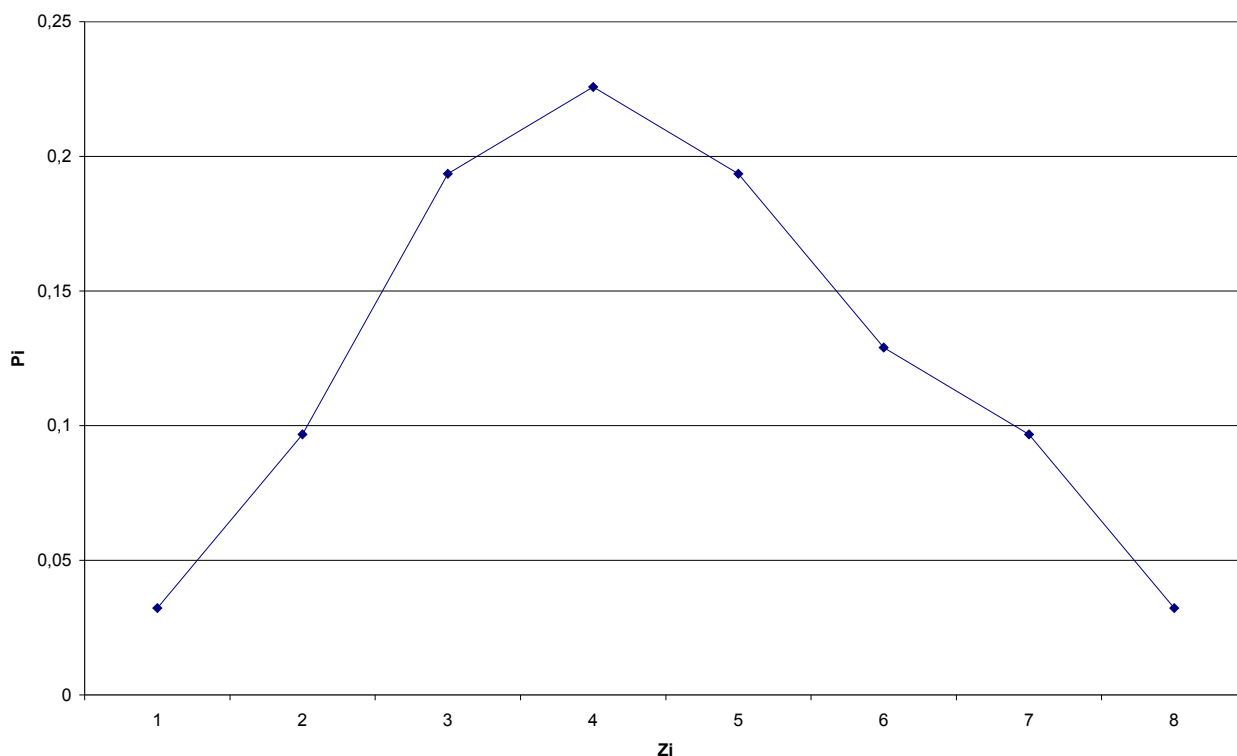
### 70. **Активизация диапазона ячеек.**

Параметры: - диапазон ячеек: E2:E9.

	E
1	Pi
2	0,032258
3	0,096774
4	0,193548

### 71. **Построение диаграммы.**

Параметры: - тип: «графики»; - вид: «первый»; - название оси X: «z<sub>i</sub>»; - название оси Y: «P<sub>i</sub>». Результат выполнения представлен на рисунке 68.



Из многоугольника распределения случайной величины видно, что в указанный интервал попадают точки  $z_i=3$ ,  $z_i=4$  и  $z_i=5$ . Из дискретной функции  $z_i = z_i(x_i)$  следует, что  $z = 4$  соответствует значению статистической величины  $x_i=23,741$ , которая определяет диапазон изменения цены Доллара от 23,71 до 23,78 руб. Числу  $z_i= 3$ , соответствует  $x_i = 23,675$  и определяет диапазон изменения цены Евро

от 23,64 до 23,71 руб. Число  $z_1=5$ , соответствует  $x_1=23,808$  и определяет диапазон изменения цены Евро от 23,78 до 23,84 руб.

## 72. Выбор активного листа.

Лист2 Лист3

Параметры: - лист: «Лист3».

## 73. Занесение данных в ячейку.

Параметры: - ячейка: A1, A2, A3, A4; - данные: «интервал», «Z<sub>3</sub>», «Z<sub>4</sub>», «Z<sub>5</sub>».

	A
1	интервал
2	z <sub>3</sub>
3	z <sub>4</sub>
4	z <sub>5</sub>

## 74. Занесение данных в ячейку.

Параметры: - ячейка: B2, B3, B4; - данные: «23,64», «23,71», «23,78».

	A	B
1	интервал	
2	z <sub>3</sub>	23,64
3	z <sub>4</sub>	23,71
4	z <sub>5</sub>	23,78

## 75. Занесение данных в ячейку.

Параметры: - ячейка: C2, C3, C4; - данные: «23,71», «23,78», «23,84».

	A	B	C
1	интервал		
2	z <sub>3</sub>	23,64	23,71
3	z <sub>4</sub>	23,71	23,78
4	z <sub>5</sub>	23,78	23,84

## 76. Занесение данных в ячейку.

Параметры: - ячейка: E1, F1, G1; - данные: «интервал», «Z<sub>3</sub>», «Z<sub>4</sub>», «Z<sub>5</sub>».

	E	F	G
	z <sub>3</sub>	z <sub>4</sub>	z <sub>5</sub>

## 77. Занесение данных в ячейку.

Параметры: - ячейка: E2, F2, G2; - данные: «=ЕСЛИ(И(Лист1!C2>Лист3!B\$2;Лист1!C2<=Лист3!C\$2);1;0)», «=ЕСЛИ(И(Лист1!C2>Лист3!B\$3;Лист1!C2<=Лист3!C\$3);1;0)», «=ЕСЛИ(И(Лист1!C2>Лист3!B\$4;Лист1!C2<=Лист3!C\$4);1;0)».

=ЕСЛИ(И(Лист1!C2>Лист3!B\$2;Лист1!C2<=Лист3!C\$2);1;0)					
C	D	E	F	G	H
		z <sub>3</sub>	z <sub>4</sub>	z <sub>5</sub>	
23,71		0	0	0	

## 78. Автозаполнение.

Параметры: - начальный диапазон ячеек: E2:G2; - конечная ячейка: G32.

A	B	C	D	E	F	G
интервал				z <sub>3</sub>	z <sub>4</sub>	z <sub>5</sub>
z <sub>3</sub>	23,64	23,71		0	0	0
z <sub>4</sub>	23,71	23,78		0	0	0
z <sub>5</sub>	23,78	23,84		0	0	0
				0	0	0
				0	0	0
				0	0	0
				0	0	0
				0	0	0
				0	0	0

**79. Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: E33; - данные: «=СЧЁТЕСЛИ(E2:E32;1)».

fx =СЧЁТЕСЛИ(E2:E32;1)		
C	D	E
		4

**80. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: E33; - конечная ячейка: G33.

fx =СЧЁТЕСЛИ(G2:G32;1)		
E	F	G
0	0	0
4	3	6

**81. Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: I1, R1, AA1; - данные: «Z<sub>3</sub>», «Z<sub>4</sub>», «Z<sub>5</sub>».

I	R	AA
z <sub>3</sub>	z <sub>4</sub>	z <sub>5</sub>

**82. Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: J1, S1, AB1; - данные: «понедельник».

fx z3						
H	I	J	R	S	AA	AB
	z <sub>3</sub>	понедельник	z <sub>4</sub>	понедельник	z <sub>5</sub>	понедельник

**83. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: J1; - конечная ячейка: P1.

fx понедельник							
I	J	K	L	M	N	O	P
z <sub>3</sub>	понедельник	вторник	среда	четверг	пятница	суббота	воскресенье

**84. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: S1; - конечная ячейка: Y1.

понедельник							
R	S	T	U	V	W	X	Y
z <sub>4</sub>	понедельник	вторник	среда	четверг	пятница	суббота	воскресенье

**85. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: AB1; - конечная ячейка: AH1.

AA	AB	AC	AD	AE	AF	AG	AH
z5	понедельник	вторник	среда	четверг	пятница	суббота	воскресенье

### 86. **Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: J2; - данные: «=ЕСЛИ(И(Лист1!\$B2=J\$1;Лист3!\$E2);ИСТИНА;ЛОЖЬ)».

fx =ЕСЛИ(И(Лист1!\$B2=J\$1;Лист3!\$E2);ИСТИНА;ЛОЖЬ)				
F	G	H	I	J
z4	z5		z3	понедельник
0	0			ЛОЖЬ

### 85. **Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: J2; - конечная ячейка: J32.

ЛОЖЬ
ЛОЖЬ
ЛОЖЬ

### 86. **Автозаполнение.**

Параметры: - начальный диапазон ячеек: J2:J32; - конечная ячейка: P32.

O	P
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ

### 87. **Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: J33; - данные: «=СЧЁТЕСЛИ(J2:J32;ИСТИНА)».

fx =СЧЁТЕСЛИ(J2:J32;ИСТИНА)		
H	I	J
		ЛОЖЬ
		ЛОЖЬ
		1

### 88. **Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: J33; - конечная ячейка: P33.

J	K	L	M	N	O	P
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
1	0	0	0	1	1	1

### 89. **Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: S2; - данные: «=ЕСЛИ(И(Лист1!\$B2=S\$1;Лист3!\$F2);ИСТИНА;ЛОЖЬ)».

fx =ЕСЛИ(И(Лист1!\$B2=S\$1;Лист3!\$F2);ИСТИНА;ЛОЖЬ)				
P	Q	R	S	T
воскресенье		z4	понедельник	вторник
ЛОЖЬ			ЛОЖЬ	

### 90. **Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: S2; - конечная ячейка: S32.

ЛОЖЬ
ЛОЖЬ
ЛОЖЬ

**91. Автозаполнение.**

Параметры: - начальный диапазон ячеек: S2:S32; - конечная ячейка: Y32.

О	Р
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ

**92. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: S33; - данные: «=СЧЁТЕСЛИ(S2:S32;ИСТИНА)».

=СЧЁТЕСЛИ(S2:S32;ИСТИНА)

R	S	T
	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
	0	

**93. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: S33; - конечная ячейка: Y33.

S	T	U	V	W	X	Y
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
0	1	1	1	0	0	0

**94. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: AB2; - данные: «=ЕСЛИ(И(Лист1!\$B2=AB\$1;Лист3!\$G2);ИСТИНА;ЛОЖЬ)».

=ЕСЛИ(И(Лист1!\$B2=AB\$1;Лист3!\$G2);ИСТИНА;ЛОЖЬ)

X	Y	Z	AA	AB
суббота	воскресенье		z5	понедельник
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ			ЛОЖЬ

**95. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: AB2; - конечная ячейка: AB32.

ЛОЖЬ
ЛОЖЬ
ЛОЖЬ

**96. Автозаполнение.**

Параметры: - начальный диапазон ячеек: AB2:AB32; - конечная ячейка: AN32.

О	Р
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ

**97. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: AB33; - данные: «=СЧЁТЕСЛИ(AB2:AB32;ИСТИНА)».

=СЧЁТЕСЛИ(AB2:AB32;ИСТИНА)

AA	AB	AC
	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
	1	

**98. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: AB33; - конечная ячейка: AN33.

AB	AC	AD	AE	AF	AG	AN
ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
1	1	1	0	1	1	1

**99. занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: AJ1, AK1, AL1, AM1; - данные: «День недели», «Число дней недели в данном месяце, m<sub>j</sub>», «Число дней недели,



попадающих в интервал  $z_3, z_4, z_5, m_i$ », « $P_i, \%$ ».

АJ	АК	АL	АМ
День недели	Число дней недели в данном месяце, $m_j$	Число дней недели, попадающих в интервал $z_3, z_4, z_5, m_i$	$P_i, \%$

**100. Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: АJ2; - данные: «понедельник».

АJ
День недели
понедельник

**101. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: АJ2; - конечная ячейка: АJ8.

АJ	АJ
	суббота
	воскресенье

**102. Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: АJ9; - данные: «Итого».

АJ
воскресенье
Итого

**103. Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: АК2; - данные: «=СЧЁТЕСЛИ(Лист1!\$B\$2:\$B\$32;АJ2)».

=СЧЁТЕСЛИ(Лист1!\$B\$2:\$B\$32;АJ2)

АJ	АК
понедельник	4
вторник	

**104. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: АК2; - конечная ячейка: АК8.

=СЧЁТЕСЛИ(Лист1!\$B\$2:\$B\$32;АJ8)

АJ	АК
суббота	4
воскресенье	4

**105. Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: АК9; - данные: «=СУММ(АК2:АК8)».

=СУММ(АК2:АК8)

АJ	АК
воскресенье	4
Итого	31

**106. Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: АL2; - данные: «=СУММ(Ј33;S33;АВ33)».

=СУММ(Ј33;S33;АВ33)

АК	АL
4	2

**107. Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: АL2; - конечная ячейка: АR2.

АL	АМ	АN	АO	АP	АQ	АR
2	2	2	1	2	2	2

**108. Активизация диапазона ячеек.**

Параметры: - диапазон ячеек: АМ2:АR9.

АL	АМ	АN	АO	АP	АQ	АR
2	2	2	1	2	2	2

**109. Копирование в буфера обмена Microsoft Excel.**

110. **Специальная вставка** – **транспонирование.**

Параметры: - ячейка: AL3.

AL	
	1
	2
	2
	2

111. **Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: AL9; - данные: «=СУММ(AL2:AL8)».

fx =СУММ(AL2:AL8)	
AK	AL
4	2
31	13

112. **Занесение данных в ячейку.**

Параметры: - ячейка: AM2; - данные: «=AL2/AK2».

fx =AL2/AK2	
AL	AM
2	50,00%

113. **Автозаполнение.**

Параметры: - начальная ячейка: AM2; - конечная ячейка: AM9.

AJ	AK	AL	AM
День недели	Число дней недели в данном месяце, m <sub>j</sub>	Число дней недели, попадающих в интервал z <sub>3</sub> , z <sub>4</sub> , z <sub>5</sub> , m <sub>i</sub>	P <sub>i</sub> , %
понедельник	4	2	50,00%
вторник	5	2	40,00%
среда	5	2	40,00%
четверг	5	1	20,00%
пятница	4	2	50,00%
суббота	4	2	50,00%
воскресенье	4	2	50,00%
Итого	31	13	41,94%

Таким образом, вероятность попадания значения курса валюты Доллар в указанный интервал составила **42%**, а наибольшая вероятность максимального значения курса приходится на понедельник и составляет **50%**.

## 2. КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ МЕЖДУ КУРСАМИ РАЗЛИЧНЫХ ВАЛЮТ.

В качестве продолжения проведённой работы, была поставлена вторая цель: найти и проанализировать зависимость между курсами валют. Зависимость одного курса от другого в банке одной страны может показаться очевидной, ведь имеются два отношения «доллар/рубль» и «евро/рубль».

Но, в таком случае, выявление отклонений в зависимости «доллар/евро» точно укажет то, что на разницу в курсах влияет не только третья валюта, но и множество посторонних факторов. Многие из них учесть невозможно, но исследование в этом направлении может помочь выяснить, насколько сильно и каким образом остальные факторы влияют на отклонения в данной зависимости.

Линия регрессии, вычисленная во время исследования соотношения курсов, будет использоваться для «прогнозирования», то есть на основе этой линии и реальных данных одного курса на период, не входящий в исследуемый, будет выведен курс второй валюты, после чего сравнен с реальными данными. Это позволит определить ошибку прогнозирования и коридор курса валют в соответствии с построенной линией регрессии. Таким образом можно будет определить, в каких временных рамках влияние посторонних факторов низко, а зависимость курсов можно считать линейной.

Итак, для начала возьмём исходные данные: статистику курсов валют с базы данных центробанка ([www.cbr.ru](http://www.cbr.ru)) за 5 первых месяцев 2009 г. Создадим из этих данных две таблицы:

Дата	День недели	Курс Евро
01.01.2009	Четверг	41,4275
02.01.2009	Пятница	41,4275
03.01.2009	Суббота	41,4275
04.01.2009	Воскресенье	41,4275
05.01.2009	Понедельник	41,4275
06.01.2009	Вторник	41,4275
07.01.2009	Среда	41,4275
08.01.2009	Четверг	41,4275

Дата	День недели	Курс Доллара
01.01.2009	Четверг	29,3916
02.01.2009	Пятница	29,3916
03.01.2009	Суббота	29,3916
04.01.2009	Воскресенье	29,3916
05.01.2009	Понедельник	29,3916
06.01.2009	Вторник	29,3916
07.01.2009	Среда	29,3916
08.01.2009	Четверг	29,3916

09.01.2009	Пятница	41,4275
10.01.2009	Суббота	41,4275
...	...	...
27.05.2009	Среда	43,4712
28.05.2009	Четверг	43,4963
29.05.2009	Пятница	43,3269
30.05.2009	Суббота	43,378
31.05.2009	Воскресенье	43,378

09.01.2009	Пятница	29,3916
10.01.2009	Суббота	29,3916
...	...	...
27.05.2009	Среда	31,1465
28.05.2009	Четверг	31,1846
29.05.2009	Пятница	31,3259
30.05.2009	Суббота	30,9843
31.05.2009	Воскресенье	30,9843

Можно проводить линию регрессии на основании полного набор данных, однако изначально мы не работаем для получения точных значений, поэтому требуется разбить курсы доллара и евро на соответствующие интервалы. Возьмём число интервалов  $n = 8$  и поделим соответствующие курсы на интервалы в соответствии с таблицами:

Для евро:				Для доллара:					
5 месяцев		$y_j$	$y_{j+1}$	$x_j$	5 месяцев		$y_j$	$y_{j+1}$	$x_j$
$y_{min}$	41,1311	41,13	41,84	41,49	$y_{min}$	29,3916	29,39	30,27	29,83
$y_{max}$	46,8392	41,84	42,56	42,20	$y_{max}$	36,4267	30,27	31,15	30,71
$n$	8	42,56	43,27	42,91	$n$	8	31,15	32,03	31,59
$h$	0,7135125	43,27	43,99	43,63	$h$	0,879388	32,03	32,91	32,47
$\bar{y}$	44,2204404	43,99	44,70	44,34	$\bar{y}$	33,47334	32,91	33,79	33,35
		44,70	45,41	45,06			33,79	34,67	34,23
		45,41	46,13	45,77			34,67	35,55	35,11
		46,13	46,84	46,48			35,55	36,43	35,99

Используя данные таблиц требуется построить матрицу корреляции по интервалам, после чего составлять линию регрессии.

Матрица корреляции представляет из себя таблицу  $n_{\text{евро}}$  на  $n_{\text{доллар}}$  полей, в каждой из клеток которой записано количество дней, курсы которых попадают в соответствующий ей интервал по доллару и по евро.

Однако, в рамках Excel это можно осуществить при помощи умножения двух матриц.

Табл. \$

Дата и курс доллара		01.01.2009	02.01.2009	03.01.2009	04.01.2009	...	31.05.2009
$y_j$	$y_{j+1}$	29,3916	29,3916	29,3916	29,3916	...	30,9843
35,55	36,43	0	0	0	0	...	0
34,67	35,55	0	0	0	0	...	0
33,79	34,67	0	0	0	0	...	0
32,91	33,79	0	0	0	0	...	0
32,03	32,91	0	0	0	0	...	0
31,15	32,03	0	0	0	0	...	0
30,27	31,15	0	0	0	0	...	1
29,39	30,27	1	1	1	1	...	0

Табл. €

Дата и курс евро	$y_j$	41, 1311	41, 8446	42, 5581	43, 2716	43, 9852	44, 6987	45, 4122	46, 1257
	$y_{j+1}$	41, 8446	42, 5581	43, 2716	43, 9852	44, 6987	45, 4122	46, 1257	46, 8392
01.01. 2009	41, 4275	1	0	0	0	0	0	0	0
02.01. 2009	41, 4275	1	0	0	0	0	0	0	0
03.01. 2009	41, 4275	1	0	0	0	0	0	0	0
04.01. 2009	41, 4275	1	0	0	0	0	0	0	0
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
31.05. 2009	43, 378	0	0	0	1	0	0	0	0

Создадим две таблицы, 8x151 и 151x8, которые будут служить нам вспомогательными матрицами. В каждой из таблиц число 151 – это число дней в исследуемом временном промежутке (5 месяцев), а 8 –

число интервалов. Над каждым из 151 столбцов (151 строк соответственно во второй таблице) проставим даты и соответствующие курсы доллара (евро), а перед каждой из 8 строк (столбцов) проставим значения  $y_j$  и  $y_{j+1}$  для данного интервала так, как указано в таблицах.

Теперь, в каждой ячейке таблицы требуется определить, попадает ли соответствующий ей курс в интервал, указанный для этой ячейки. Результат выполнения условий  $y_i \leq y_{j+1}$  и  $y_i \geq y_j$  получаем, используя логическую функцию «ЕСЛИ» и объединение условий «И». На выходе имеем требуемую таблицу, в которой каждому дню должна соответствовать лишь одна единица и 7 нулей (очевидно, что каждый курс может попадать лишь в один интервал).

Далее при помощи умножения матриц (именно в порядке Доллар на Евро, а не наоборот, так как в результате должна выйти матрица 8x8) мы получаем матрицу корреляции:

		Евро:								
		$y_j$								
		41,13	41,84	42,55	43,27	43,98	44,69	45,41	46,12	
		11	46	81	16	52	87	22	57	
Доллар: р: $z_i$	$y_{j+1}$	41,84	42,55	43,27	43,98	44,69	45,41	46,12	46,83	
	$z_{i+1}$	46	81	16	52	87	22	57	92	
35,54 73	36,42 67	0	0	0	0	0	<b>14</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>31</b>
34,66 79	35,54 73	0	0	0	0	<b>2</b>	<b>8</b>	<b>3</b>	0	<b>13</b>
33,78 85	34,66 79	0	0	0	0	<b>5</b>	<b>5</b>	<b>1</b>	0	<b>11</b>
32,90 92	33,78 85	0	0	0	<b>10</b>	<b>19</b>	<b>10</b>	<b>5</b>	0	<b>44</b>
32,02 98	32,90 92	0	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>14</b>	0	0	0	0	<b>24</b>
31,15 04	32,02 98	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>8</b>	0	0	0	0	<b>11</b>
30,27 10	31,15 04	<b>2</b>	0	0	<b>4</b>	0	0	0	0	<b>6</b>
29,39 16	30,27 10	<b>11</b>	0	0	0	0	0	0	0	<b>11</b>
	$n_j$	<b>14</b>	<b>7</b>	<b>5</b>	<b>36</b>	<b>26</b>	<b>37</b>	<b>17</b>	<b>9</b>	

Данная корреляционная матрица может быть переведена в графический вид. Если на координатной плоскости, по оси  $x$  которой отмечается курс евро, а по оси  $y$  – курс доллара, отметить пары курсов за каждые сутки, после чего поделить плоскость по осям на данные интервалы, то в каждую из образовавшихся ячеек войдет указанное в таблице количество точек. Для проверки: суммарное количество точек должно соответствовать количеству дней в исследуемом интервале. Если нет, то имеет смысл пересмотреть правильность выполнения предыдущих пунктов.

По данным таблицы 20 можно построить линию регрессии. Для этого для каждого интервала по евро и по доллару определяем среднее арифметическое (середину интервала)  $y_j^{Euro} = \frac{y_j + y_{j+1}}{2}$ ,  $z_i^{Dollar} = \frac{z_i + z_{i+1}}{2}$ , а

для доллара определяем математическое ожидание в соответствующем интервале евро,  $m_j^{Dollar} = \frac{1}{n_j} \sum x_i n_{ij}$ , где  $n_{ij}$  – это  $i, j$  ячейка таблицы или количество

дней, попавшее в соответствующие интервалы по евро и доллару. Получаем таблицу значений:

$y_j^{Euro}$	41,4879	42,201 4	42,914 9	43,628 4	44,341 9	45,055 4	45,768 9	46,482 4
$m_j^{Dollar}$	30,082547 3	32,344	32,294	32,323	33,653	34,846	34,952	35,987

Линия регрессии определяется двумя коэффициентами  $a$  и  $b$  в уравнении  $y = ax + b$ . В данном случае  $y_j^{Euro}$  выступает в роли  $x$ , а  $m_j^{Dollar}$  в роли  $y$ . Эти коэффициенты можно определить при помощи графиков Excel. Для этого достаточно построить точечную диаграмму по данным таблицы, добавить в него линию тренда и включить опцию «отобразить уравнение» в настройках линии тренда. Можно воспользоваться статистическими формулами и при помощи функций «КОВАР», «ДИСПР» и «СРЗНАЧ» определить коэффициенты по формулам:  $a = \frac{cov(x,y)}{s(x)}$ ,  $b = \bar{y} - a\bar{x}$ ,

где  $S_x$  – это дисперсия значений  $y_j^{Euro}$ , а  $cov(x,y)$  – ковариация между  $y_j^{Euro}$  и  $m_j^{Dollar}$ . Таким образом имеем полученные коэффициенты:

$a =$	1,057184
$b =$	-13,1902

Теперь выпишем реальные данные за Июнь 2009 г. в отдельную таблицу, рядом добавим дополнительные столбцы, которые будут отражать расчётный курс доллара на этот месяц по коэффициентам из таблицы и реальным данным евро и ошибку в расчётах на основе реальных данных по доллару на этот месяц:

<b>Дата</b>	<b>Курс Евро</b>	<b>Курс доллара реальный</b>	<b>Курс расчётный</b>	<b>Ошибка</b>
01.06.2009	43,378	30,9843	32,6683447	-1,6840447
02.06.2009	43,4875	30,7441	32,78410637	-2,0400064
03.06.2009	43,4152	30,7321	32,70767195	-1,975572
04.06.2009	43,649	30,5131	32,95484161	-2,4417416
05.06.2009	43,8542	30,8767	33,1717758	-2,2950758
06.06.2009	43,6009	30,6919	32,90399105	-2,212091
07.06.2009	43,6009	30,6919	32,90399105	-2,212091
08.06.2009	43,6009	30,6919	32,90399105	-2,212091
09.06.2009	43,328	31,0751	32,61548549	-1,5403855
10.06.2009	43,4909	31,2637	32,78770079	-1,5240008
11.06.2009	43,5895	30,9277	32,89193915	-1,9642391
12.06.2009	43,3546	30,9124	32,64360659	-1,7312066
13.06.2009	43,3546	30,9124	32,64360659	-1,7312066
14.06.2009	43,3546	30,9124	32,64360659	-1,7312066
15.06.2009	43,3546	30,9124	32,64360659	-1,7312066
16.06.2009	43,2958	31,1548	32,58144416	-1,4266442
17.06.2009	43,3511	31,3185	32,63990645	-1,3214064
18.06.2009	43,2796	31,1297	32,56431778	-1,4346178
19.06.2009	43,434	31,0998	32,72754701	-1,627747
20.06.2009	43,3914	31,1541	32,68251097	-1,528411
21.06.2009	43,3914	31,1541	32,68251097	-1,528411
22.06.2009	43,3914	31,1541	32,68251097	-1,528411
23.06.2009	43,3216	31,2408	32,60871951	-1,3679195



24.06.2009	43,7556	31,5765	33,06753744	-1,4910374
25.06.2009	43,9274	31,1365	33,24916168	-2,1126617
26.06.2009	43,5728	31,2037	32,87428417	-1,6705842
27.06.2009	43,6965	31,1184	33,00505786	-1,8866579
28.06.2009	43,6965	31,1184	33,00505786	-1,8866579
29.06.2009	43,6965	31,1184	33,00505786	-1,8866579
30.06.2009	43,8191	31,2904	33,13466863	-1,8442686

Как видно по таблице, расчётный курс на каждый день оказался гораздо выше реального, что может быть обусловлено разнообразными причинами. Вероятно, что линейная регрессия по 5-и месяцам даёт слишком большую ошибку, поэтому можно уменьшить исследуемый промежуток до 4-ёх или 3-ёх месяцев. Для этого потребуется повторить все действия, начиная с формирования интервалов и заканчивая корреляционной таблицей. В итоге можно получить следующие результаты:

<b>Курс по 5 месяцам</b>	<b>Курс по 3 месяцам</b>	<b>Курс по 4 месяцам</b>	<b>Ошибка 5 месяцев</b>	<b>Ошибка 3 месяца</b>	<b>Ошибка 4 месяца</b>
32,6683447	32,3189752	32,59936249	-1,6840447	-1,334675199	-1,615062492
32,78410637	32,45399694	32,70034908	-2,0400064	-1,709896938	-1,956249075
32,70767195	32,3648456	32,63367026	-1,975572	-1,632745598	-1,901570263
32,95484161	32,65313859	32,84929276	-2,4417416	-2,140038591	-2,336192758
33,1717758	32,90616563	33,03853885	-2,2950758	-2,029465632	-2,161838849
32,90399105	32,59382767	32,80493244	-2,212091	-1,901927672	-2,113032441
32,90399105	32,59382767	32,80493244	-2,212091	-1,901927672	-2,113032441
32,90399105	32,59382767	32,80493244	-2,212091	-1,901927672	-2,113032441
32,61548549	32,25732144	32,5532499	-1,5403855	-1,182221436	-1,478149897
32,78770079	32,45818939	32,70348473	-1,5240008	-1,194489394	-1,439784732
32,89193915	32,57977061	32,79441877	-1,9642391	-1,652070614	-1,86671877
32,64360659	32,29012124	32,5777818	-1,7312066	-1,377721238	-1,665381797
32,64360659	32,29012124	32,5777818	-1,7312066	-1,377721238	-1,665381797
32,64360659	32,29012124	32,5777818	-1,7312066	-1,377721238	-1,665381797
32,64360659	32,29012124	32,5777818	-1,7312066	-1,377721238	-1,665381797
32,58144416	32,21761641	32,52355339	-1,4266442	-1,062816413	-1,368753385
32,63990645	32,28580547	32,57455392	-1,3214064	-0,967305475	-1,256053916
32,56431778	32,19764059	32,5086129	-1,4346178	-1,067940594	-1,378912905
32,72754701	32,38802741	32,6510086	-1,627747	-1,288227413	-1,551208599
32,68251097	32,33549841	32,61172067	-1,528411	-1,181398407	-1,457620667
32,68251097	32,33549841	32,61172067	-1,528411	-1,181398407	-1,457620667
32,68251097	32,33549841	32,61172067	-1,528411	-1,181398407	-1,457620667

32,60871951	32,24942975	32,54734748	-1,3679195	-1,008629755	-1,306547485
33,06753744	32,78458441	32,94760481	-1,4910374	-1,208084413	-1,371104811
33,24916168	32,99642674	33,10604769	-2,1126617	-1,85992674	-1,969547688
32,87428417	32,55917826	32,77901716	-1,6705842	-1,355478257	-1,575317163
33,00505786	32,71170967	32,89309972	-1,8866579	-1,593309665	-1,774699723
33,00505786	32,71170967	32,89309972	-1,8866579	-1,593309665	-1,774699723
33,00505786	32,71170967	32,89309972	-1,8866579	-1,593309665	-1,774699723
33,13466863	32,86288469	33,00616781	-1,8442686	-1,572484691	-1,715767807

Как видно из таблицы, ошибки заметно уменьшаются в зависимости от того, как уменьшается интервал. Это совсем не значит, что минимальный интервал даст наибольшую точность, однако промежуток в 3 месяца (сезон) может быть наиболее точным и рациональным в отношении прогнозирования зависимости курсов на будущее.

Конечно же, используя данные по курсам трудно сделать прогноз, если нет никаких данных. Однако, данная методика может помочь в планировании, так как по вычисленной ошибке при помощи методики Пирсона можно определить примерный коридор курса нужной валюты и, опираясь на минимум или максимум рамок этого коридора можно обезопасить себя от рисков.

Однако, эти данные не позволяют делать полноценный прогноз, так как определить один курс, не зная второго, при помощи регрессии невозможно. Однако, продолжая исследования в этой области, есть возможность найти определённые тенденции изменения ошибок по месяцам, неделям и даже дням, тем самым определить направление движения курса в ту или иную сторону.

### 3. РЕАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ СРЕДСТВАМИ MICROSOFT EXCEL.

Обучение студентов использованию современных информационных технологий при решении прикладных производственных задач является актуальнейшим требованием нашего времени. Темой одного из таких специальных курсов могло бы стать линейное программирование задач из различных отраслей экономики и управления при помощи электронных таблиц Microsoft Excel.

**Линейное программирование** – это раздел математики, занимающийся решением таких задач на отыскание наибольших и наименьших значений, для которых методы математического анализа оказываются непригодными. Другими словами термин «линейное программирование» характеризует определение программы (плана) работы конкретного экономического объекта на основе выявления линейных связей между его элементами. Задачей линейного программирования является нахождение оптимального, т. е. наилучшего, плана при заданной системе налагаемых на решение ограничений.

К классу задач линейного программирования относится большое количество разнообразных задач планирования и управления, как, например:

- 1) нахождение оптимального плана выпуска продукции (оптимальное распределение ресурсов);
- 2) оптимизация межотраслевых потоков (планирование производства различных видов продукции по отраслям);
- 3) определение оптимального рациона (оптимизация состава химической смеси);
- 4) транспортная задача (оптимальное распределение потоков товарных поставок по транспортной сети);
- 5) задача о размещении производства (планирование с учетом затрат на производство и транспортировку продукции);
- 6) задача о назначениях (оптимальное распределение различных видов транспортных средств) и др.

В настоящее время одним из перспективных, но недостаточно распространенных способов численного решения задач линейного программирования является использование надстройки «Поиск решения» электронных таблиц Microsoft Excel. В частности, «**Поиск решения**» предоставляет возможность:

- a) использования планов большой размерности (т. е. с большим количеством варьируемых переменных);
- b) задания ограничений сложного вида;
- c) отыскания оптимального из допустимых решений;

- d) генерирования множества различных решений, сохраняемых в дальнейшем в виде сценариев;
- e) автоматического создания отчета по решению задачи.

Теоретической основой надстройки «Поиск решения» является симплекс-метод, позволяющий находить оптимальное решение задачи планирования с помощью итерационного процесса перехода к улучшающимся планам. В качестве примера рассмотрим решение следующей задачи.

**Задача 1.** Для откорма животных на ферме в их ежедневный рацион необходимо включить не менее 33 единиц питательного вещества **A**, 23 единиц вещества **B** и 12 единиц вещества **C**. Для откорма используется 3 вида кормов. Данные о содержании питательных веществ и стоимости весовой единицы каждого корма даны в таблице 1.

Таблица 1

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>Стоимость</b>
Весовая единица корма I	4 ед.	3 ед.	1 ед.	20 к.
Весовая единица корма II	3 ед.	2 ед.	1 ед.	20 к.
Весовая единица корма III	2 ед.	1 ед.	2 ед.	10 к.

Требуется составить наиболее дешёвый рацион, при котором каждое животное получило бы необходимые количества питательных веществ **A**, **B** и **C**.

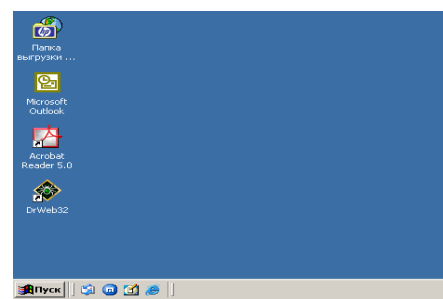
*Решение.* Пусть  $x_1, x_2, x_3$  – количества кормов I, II, III видов, включаемые в ежедневный рацион ( $x_i \geq 0, i=1, 2, 3$ ). Тогда должно быть:

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 33 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 23 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 12 \end{cases} \quad (1)$$

При этом линейная функция (стоимость рациона)

$$f = 20x_1 + 20x_2 + 10x_3 \rightarrow \min. \quad (2)$$

Для нахождения решения этой задачи напишем программу на языке макрокоманд. Так как любая программа требует отладки, будем проводить её посредством сравнения получающихся в процессе написания программы результатов с образцами, представленными в виде рисунков.

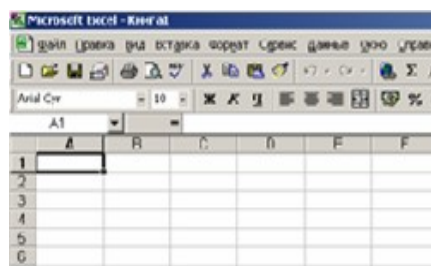


1. **Включение компьютера и вход в систему.** Результат выполнения представлен на рисунке 1.

Рис. 1.

2. **Запуск программы Microsoft Excel.**

Параметры: - рабочий стол. Результат выполнения представлен на рисунке 2.



Рис

. 2.

3. **Выбор активного листа.**

Параметры: - лист: «Лист1». Результат выполнения представлен на рисунке 3.



Рис.

3.

4. **Занесение заголовка в ячейку.**

Параметры: - ячейка: A1, A2, A3, A4; - данные: «x<sub>1</sub>=», «x<sub>2</sub>=», «x<sub>3</sub>=», «min». Результат выполнения частично представлен на рисунке 4.

	A	B
1	x <sub>1</sub> =	
2	x <sub>2</sub> =	
3	x <sub>3</sub> =	
4	min	

«x<sub>1</sub>=»,

Рис. 4.

5. **Занесение формул в ячейку.**

Параметры: - ячейка: B4; - данные: «=20\*B1+20\*B2+10\*B3». Результат выполнения представлен на рисунке 5.

fx		=20*B1+20*B2+10*B3	
B	C	D	

Рис. 5.

6. **Занесение заголовка в ячейку.**

Параметры: - ячейка: A6; - данные: «Ограничения». Результат выполнения частично представлен на рисунке 6.

	A	B
4	min	0
5		
6	Ограничения	

Рис. 6.

7. **Занесение формул в ячейку.**

Параметры: - ячейка: A7, A8, A9; - данные: «=4\*B1+3\*B2+2\*B3», «=3\*B1+2\*B2+B3», «=B1+B2+2\*B3». Результат выполнения представлен на рисунке 7.

	A	B
6	Ограничения	
7	0	
8	0	
9	0	

Рис. 7.

### 8. Занесение заголовка в ячейку.

Параметры: - ячейка: В7, В8, В9; - данные: «не менее», «не менее», «не менее». Результат выполнения частично представлен на рисунке 8.

	А	В
6	Ограничения	
7	0	не менее
8	0	не менее
9	0	не менее

«НЕ

Рис. 8.

### 9. Занесение целых чисел в ячейку.

Параметры: - ячейка: С7, С8, С9; - данные: «33», «23», «12». Результат выполнения представлен на рисунке 9.

	А	В	С
6	Ограничения		
7	0	не менее	33
8	0	не менее	23
9	0	не менее	12

Рис. 9.

### 10. Надстройка Поиск Решения.

Параметры: - целевая функция: «В4»; - равенство: «минимальное значение»; - изменяемые ячейки: «В1:В3»; - ограничения: « $\$A\$7 \geq \$C\$7$ », « $\$A\$8 \geq \$C\$8$ », « $\$A\$9 \geq \$C\$9$ », « $\$B\$1:\$B\$3 \geq 0$ ». Результат выполнения представлен на рисунке 10.

	А	В	С	Д	Е
1	$x_1 =$	6,5			
2	$x_2 =$	0			
3	$x_3 =$	3,5			
4	min	165			
5					
6	Ограничения				
7	33	не менее	33		
8	23	не менее	23		
9	13,5	не менее	12		

Рис. 10.

**Задача 2.** На товарных станциях  $C_1$  и  $C_2$  имеется по 30 комплектов мебели. Известно, что перевозка одного комплекта со станции  $C_1$  в магазины  $M_1, M_2, M_3$  стоит 1р., 3р., 5р., а стоимость перевозки со станции  $C_1$  в те же магазины – 2р., 5р., 4р. необходимо доставить в каждый магазин по 20 комплектов мебели. Составить план перевозок так, чтобы затраты на транспортировку мебели были наименьшими.

*Решение.* Количество комплектов мебели, перевозимых со станции  $C_1$  в магазины  $M_1, M_2, M_3$  обозначим через  $x_1, x_2, x_3$ , а со станции  $C_2$  – через  $x_4, x_5, x_6$ . Тогда схема перевозок буде выглядеть следующим образом:

Таблица 2

	В $M_1$	В $M_2$	В $M_3$	Всего отправлено

<b>Из C<sub>1</sub></b>	X <sub>1</sub> ,	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	30
<b>Из C<sub>2</sub></b>	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	30
<b>Всего получено</b>	20	20	20	60

В соответствии с условием задачи  $x_i \geq 0$  ( $i=1, 2, \dots, 6$ ). Задача сводится к тому, чтобы найти такое неотрицательное решение системы (3)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 30 \\ x_4 + x_5 + x_6 = 30 \\ x_1 + x_4 = 20 \\ x_2 + x_5 = 20 \\ x_3 + x_6 = 20 \end{cases} \quad (3)$$

при котором линейная функция (стоимость перевозок)

$$f = x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 5x_5 + 4x_6 \rightarrow \min \quad (4)$$

имеет наименьшее значение.

Для нахождения решения этой задачи продолжим написание программы на языке макрокоманд. Так как любая программа требует отладки, будем проводить её посредством сравнения получающихся в процессе написания программы результатов с образцами, представленными в виде рисунков.

### 11. **Занесение заголовка в ячейку.**

Параметры: - ячейка: F1, F2, F3, F4, F5, F6, F9; - данные: «X<sub>1</sub>», «X<sub>2</sub>», «X<sub>3</sub>», «X<sub>4</sub>», «X<sub>5</sub>», «X<sub>6</sub>», «min», «Ограничения». Результат выполнения частично представлен на рисунке 11.

	F	G	H	F7,
X <sub>1</sub>				
X <sub>2</sub>				
X <sub>3</sub>				

Рис. 11.

### 12. **Занесение формул в ячейку.**

Параметры: - ячейка: G7; - данные: «=G1+3\*G2+5\*G3+2\*G4+5\*G5+4\*G6».

Результат выполнения представлен на рисунке 12.

$f_x$	=G1+3*G2+5*G3+2*G4+5*G5+4*G6		
	F	G	H
min		0	

Рис. 12.

### 13. **Занесение формул в ячейку.**

Параметры: - ячейка: F10, F11, F12, F13, F14;

данные: «=G1+G2+G3», «=G4+G5+G6», «=G1+G4», «=G2+G5», «=G3+G6». Результат выполнения частично представлен на рисунке 13.

	F	G	-
9	Ограничения		
10		0	
11		0	
12		0	

Рис. 13.

**14. Занесение заголовка в ячейку.**

Параметры: - ячейка: G10, G11, G12, G13,  
- данные: «=», «=», «=», «=», «=». Результат выполнения частично представлен на рисунке 14.

	F	G
9	Ограничения	
10	0	=
11	0	=
12	0	=

G14;

Рис. 14.

**15. Занесение целых чисел в ячейку.**

Параметры: - ячейка: H10, H11, H12, H14;  
- данные: «30», «30», «20», «20», «20». Результат выполнения представлен на рисунке 15.

	F	G	H
9	Ограничения		
10	0	=	30
11	0	=	30
12	0	=	20

H13,

Рис. 15.

**16. Настройка Поиск Решения.**

Параметры: - целевая функция: «G7»; - равенство: «минимальное значение»; - изменяемые ячейки: «G1:G6»; - ограничения: «\$F\$10 = \$H\$10», «\$F\$11 = \$H\$11», «\$F\$12 = \$H\$12», «\$F\$13 = \$H\$13», «\$F\$14 = \$H\$14», «\$G\$1:\$G\$6 >= 0». Результат выполнения представлен на рисунке 16.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	x <sub>1</sub> =	6,5				x <sub>1</sub>	10	
2	x <sub>2</sub> =	0				x <sub>2</sub>	20	
3	x <sub>3</sub> =	3,5				x <sub>3</sub>	0	
4	min	165				x <sub>4</sub>	10	
5						x <sub>5</sub>	0	
6	Ограничения					x <sub>6</sub>	20	
7	33	не менее	33			min	170	
8	23	не менее	23					
9	13,5	не менее	12			Ограничения		
10						30	=	30
11						30	=	30
12						20	=	20
13						20	=	20
14						20	=	20

Рис. 16.

**Задания для самостоятельной работы.**

**Задача №1.** Для участия в командных соревнованиях по лёгкой атлетике спортклуб должен выставить команду, состоящую из спортсменов I и II разрядов. Соревнования проводятся по бегу, прыжкам в высоту и прыжкам в длину. В беге должны участвовать 5 спортсменов, в прыжках в длину – 8 спортсменов, в прыжках в высоту – не более 10. Количество очков, гарантируемое спортсмену каждого разряда по каждому виду, указано в таблице:

Разряд	Бег	Прыжки в высоту	Прыжки в длину
I	4	5	5



II	2	3	3
----	---	---	---

Распределить спортсменов команды так, чтобы сумма очков команды была наибольшей, если известно, что в команде I разряд имеют только 10 спортсменов.

**Задача №2.** Три завода производят одно и то же изделие, которое отправляется четырем потребителям. Известно, что I завод поставляет 90 вагонов изделий, II – 30 вагонов, III

– 40 вагонов. Для потребителей требуется: первому – 70 вагонов, второму – 30, третьему – 20 и четвёртому – 40. Стоимость (в руб.) перевозки одного вагона между каждым поставщиком и потребителем указаны в следующей таблице:

<b>Потребители Поставщики</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
I	18	20	14	10
II	10	20	40	30
III	16	22	10	20

Определить минимальный по стоимости план перевозок.

**Задача №3.** Груз, хранящийся на складах, в каждом соответственно 60, 80 и 106 машин, требуется перевезти в четыре магазина. В первый магазин требуется 44 машины, во второй – 70, в третий – 50, в четвёртый – 82. Стоимость прогона одной машины за 1 км составляет 10 коп. расстояния между складами и магазинами указаны в таблице:

<b>Магазины Склады</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
1	13	17	6	8
2	2	7	10	41
3	12	18	2	22

Составить оптимальный по стоимости план перевозки груза из складов в магазины.

#### 4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ОБ ОПТИМАЛЬНОМ ПЛАНИРОВАНИИ ПРОИЗВОДСТВА ПРОДУКЦИИ С ПОМОЩЬЮ СИМПЛЕКСНЫХ ТАБЛИЦ.

На практике очень часто приходится решать оптимизационные задачи, т. е. когда при наличии ряда ограничений требуется найти наилучший вариант решения. С такими задачами приходится сталкиваться менеджерам, экономистам, которые должны решать разнообразные проблемы, а именно: планирование штата сотрудников, определение фонда зарплаты, составление оптимального плана производства, планирование рекламной компании по продвижению продукции на рынок, оптимизация капиталовложений и т. д. Эффективным инструментом при решении подобных задач является метод симплексных таблиц, позволяющий осуществить целенаправленный перебор опорных решений. Суть метода заключается в том, что математическая модель задачи сводится к ограничениям в виде системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \\ a_{r1}x_1 + a_{r2}x_2 + \dots + a_{rn}x_n = b_r \\ \dots \\ a_{s1}x_1 + a_{s2}x_2 + \dots + a_{sn}x_n = b_s \\ \dots \\ a_{t1}x_1 + a_{t2}x_2 + \dots + a_{tn}x_n = b_t \end{cases} \quad (1)$$

где:  $b_1, \dots, b_r$  - свободные члены;  $x_1, \dots, x_r$  - базисные переменные.

Среди неотрицательных решений системы (1) необходимо найти такие, которые максимизировали бы линейную функцию:

$$L + \gamma_{r+1}x_{r+1} + \dots + \gamma_jx_j + \dots + \gamma_nx_n = \gamma_0 \quad (2)$$

Равенства (1) называются приведёнными (к свободным переменным) выражениями для функции  $L$ , а коэффициенты  $\gamma_j$  - называются оценками (индексами) соответствующих свободных переменных  $x_j$ . Данные (1) и (2) можно представить в виде таблицы 1, которую принято называть симплексной, т.е. простой (от simple).

Таблица 1.

Симплексная таблица

Базисные переменные	Свободные переменные	$x_1$	...	$x_i$	...	$x_r$	$x_{r+1}$	...	$x_j$	...	$x_n$
$X_1$	$B_1$	1	...	0	...	0	$a_{1,r+1}$	...	$a_{1,j}$	...	$a_{1n}$
.....	.....	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$X_i$	$B_i$	0	...	1	...	0	$a_{i,r+1}$	...	$a_{i,j}$	...	$a_{in}$
.....	.....	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$X_r$	$b_r$	0	...	0	...	1	$a_{r,r+1}$	...	$a_{r,j}$	...	$a_{rn}$
$L$	$\gamma_0$	0	...	0	...	0	$\gamma_{r+1}$	...	$\gamma_j$	...	$\gamma_n$

Последовательность расчёта выглядит следующим образом:

1. Выбирают разрешающий столбец  $a_p$  из условия:  $\gamma_p < 0$  и хотя бы один элемент  $a_{ip} > 0$ .
2. Выбирают  $q$ -ю разрешающую строку из условия:

$$\frac{b_q}{a_{qp}} = \min \left\{ \frac{b_i}{a_{ip}} \right\} \text{ для } a_{ip} > 0.$$

3. Производят пересчёт  $q$ -й разрешающей строки по формуле:

$$a'_{qk} = \frac{a_{qk}}{a_{qp}}, \quad (k=0, 1, 2, \dots, n).$$

4. Вычисляют элементы всех остальных строк (при  $k \neq p$ ) по формуле:

$$a'_{ik} = a_{ik} - a'_{qk} \cdot a_{ip}, \quad (i=0, 1, \dots, q-1, q+1, \dots, r).$$

При этом, если после выполнения очередного вычисления:

- 1) найдётся хотя бы одна отрицательная оценка и в каждом столбце с такой оценкой окажется хотя бы один положительный элемент, т.е.  $\gamma_k < 0$  для некоторых  $k$ , и  $a_{ik} > 0$  для тех же  $k$  и некоторого  $i$ , то можно улучшить решение, выполнив следующую итерацию по вычислению;

2) найдётся хотя бы одна отрицательная оценка, столбец которой не содержит положительных элементов, т.е.  $y_k < 0$ ,  $a_{ik} < 0$ , для какого-то  $k$  и всех  $i$ , то функция  $L$  не ограничена в области допустимых решений:  $L_{\max} \rightarrow \infty$ ;

3) все оценки окажутся неотрицательными, т. е.  $y_k \geq 0$  для всех  $k$ , то достигнуто оптимальное решение.

Работу метода симплексных таблиц рассмотрим в применении к задаче об оптимальном планировании производства продукции.

Кондитерская фабрика выпускает два сорта фруктовой карамели:  $\alpha$  и  $\beta$ . Продукция фабрики отправляется на оптовую продажу. Для выработки карамели используется два вида сырья:  $A$  (сахарный песок) и  $B$  (фрукты). Складские помещения допускают максимальные суточные запасы продукции: 6 тонн для  $\alpha$  и 8 тонн для  $\beta$ . Расходы сырья  $A$  и  $B$  на 1 тонну готовой продукции приведены в таблице 2.

Таблица 2 .

Исходные данные задачи по производству карамели

Исходное сырьё	Расход исходного сырья (в тоннах) на одну тонну карамели		Максимально возможный запас продукции на складе (в тоннах)
	Карамель $\alpha$	Карамель $\beta$	
<b>A</b>	1	2	6
<b>B</b>	2	1	8

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на карамель  $\alpha$  никогда не превышает спроса на карамель  $\beta$  более чем на 1 тонну. Кроме того, установлено, что спрос на карамель  $\alpha$  никогда не превышает 2 тонн в сутки.

Оптовые цены 1 тонны карамели равны: 30000 руб. для карамели  $\beta$  и 20000 руб. для карамели  $\alpha$ .

Требуется определить: какое количество карамели каждого вида должна производить кондитерская фабрика, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

Для решения задачи необходимо сначала построить математическую модель, которая должна ответить на следующие вопросы:

- что является переменными модели ?

- как определяется цель, для достижения которой из множества всех допустимых значений переменных мы выбираем оптимальные ?
- каким ограничениям должны удовлетворять неизвестные ?

В нашем случае кондитерской фабрике необходимо спланировать объём производства карамели так, чтобы максимизировать прибыль. Следовательно, переменными являются:

$x_\alpha$  - суточный объём производства карамели  $\alpha$ ;  
 $x_\beta$  - суточный объём производства карамели  $\beta$ .

Суммарная суточная прибыль  $z$  от выработки  $x_\alpha$  карамели  $\alpha$  и  $x_\beta$  карамели  $\beta$  выражается следующим уравнением:

$$z = 30000 x_\beta + 20000 x_\alpha .$$

Целью фабрики является определение среди всех допустимых значений  $x_\beta$  и  $x_\alpha$  таких, которые максимизируют суммарную прибыль, т. е. целевую функцию  $z$ .

Определим ограничения, которые налагаются на  $x_\beta$  и  $x_\alpha$  . Объём производства карамели не может быть отрицательным, следовательно:

$$x_\beta , x_\alpha \geq 0 .$$

Расход исходного сырья для производства обоих видов карамели не может превосходить максимально возможный запас данного исходного продукта на складе. Таким образом, получаем систему ограничений:

$$x_\beta + 2 x_\alpha \leq 6 ,$$

$$2x_\beta + x_\alpha \leq 8 .$$

Кроме того, ограничения на величину спроса на карамель имеют вид:

$$x_\alpha - x_\beta \leq 1 ,$$

$$x_\alpha \leq 2 .$$

Итак, *математическая модель* рассматриваемой задачи имеет вид: *максимизировать*:

$$z = 30000 x_\beta + 20000 x_\alpha$$

**при ограничениях:**

$$x_\beta + 2 x_\alpha \leq 6 ,$$

$$2x_\beta + x_\alpha \leq 8 ,$$

$$x_\alpha - x_\beta \leq 1 ,$$

$$x_\alpha \leq 2 ,$$

$$x_\beta , x_\alpha \geq 0 .$$

Разработанная нами модель является *линейной*, т. к. целевая функция и ограничения *линейно зависят от переменных*.

Обозначим  $x_\alpha = x_1$ ,  $x_\beta = x_2$ ,  $z = L$ . Кроме того, учитывая, что ограничительные условия заданы неравенствами, введём балансовые (выравнивающие) переменные  $x_3$ ,  $x_4$ ,  $x_5$ ,  $x_6$ . Тогда наша задача сведётся к следующей системе уравнений:

$$L = 20000x_1 + 30000x_2 . \quad (3)$$

Базисные переменные  $x_3, x_4, x_5, x_6$  можно выразить через свободные переменные  $x_1$  и  $x_2$  и тогда система (3) примет следующий вид:

$$L - 20000x_1 - 30000x_2 = 0. \quad (4)$$

Используя систему (4), заполняем исходную симплексную таблицу 2.

Таблица 2.

Исходная симплексная таблица

Базисные переменные	Свободные переменные	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_3$	6	2	1	1	0	0	0
$x_4$	8	1	2	0	1	0	0
$x_5$	1	1	-1	0	0	1	0
$x_6$	2	1	0	0	0	0	-1
$L$	0	-20000	-30000	0	0	0	0

1. Выясняем, есть ли в последней (индексной) строке отрицательные оценки? Таких чисел два: -20000 и -30000.

2. Выбираем наименьшее: -30000 и просматриваем столбец для  $x_2$ . В этом столбце 2 положительных элемента: 1 и 2.

3. Делим на эти числа соответствующие свободные члены: 6/1; 8/2. Выбираем наименьшее из них - это 8/2=4. Следовательно, разрешающим является элемент 2, стоящий на пересечении строки для  $x_4$  и столбца  $x_2$ .

4. Выделим эту строку и столбец заливкой см. табл.2. Затем  $x_2$  переводим в базисную переменную (вместо  $x_4$ ). Новый базис будет состоять из переменных  $x_3, x_2, x_5, x_6$ .

5. Для составления следующей (2-й) симплексной таблицы делим выделенную строку табл.2 на число 2, чтобы получить на месте разрешающего элемента число 1: 8/2; 1/2; 2/2; 0/2; 1/2; 0/2; 0/2. Полученную строку пишем на месте прежней.

6. К каждой из остальных строк прибавляем вновь полученную, умноженную на такое число, чтобы в клетках для столбца  $x_2$  появились нули, и пишем преобразованные строки на месте прежних:

a)

$$\begin{aligned}
 \text{Получено} &\rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 1/2 & 1 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times (-1) = \\
 &= \begin{pmatrix} -4 & -1/2 & -1 & 0 & -1/2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 &+ \\
 \text{1-я строка из} & \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \text{таблицы 2 :} & \\
 & \hline
 & \begin{pmatrix} 2 & 3/2 & 0 & 1 & 1/2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \text{1-я строка в} \\
 & \hspace{15em} \text{таблицу 3}
 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}
 \text{Получено} &\rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 1/2 & 1 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times (1) = \\
 &= \begin{pmatrix} 4 & 1/2 & 1 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 &+ \\
 \text{3-я строка из} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\
 \text{таблицы 2 :} & \\
 & \hline
 & \begin{pmatrix} 5 & 3/2 & 0 & 0 & 1/2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \rightarrow \text{3-я строка в} \\
 & \hspace{15em} \text{таблицу 3}
 \end{aligned}$$

с) 4-я строка: 2; 1; 0; 0; 0; 0; 1 в таблицу 3 записывается без изменения, т.к. в ней  $x_2 = 0$ .

d)

$$\begin{aligned}
 \text{Получе} & \begin{pmatrix} 4 & 1/2 & 1 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 300 \\ 00 \end{pmatrix} = \\
 \text{но} & \\
 &= \begin{pmatrix} 1200 & 1500 & 3000 & 0 & 150 & 0 & 0 \\ 00 & 0 & 0 & 0 & 00 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 &+ \\
 \text{5-я строка} & \begin{pmatrix} 0 & - & - & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 \text{из таблицы} & \begin{pmatrix} 2000 & 3000 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

2 →

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & 0 & 0 & & & \\
 & 1200 & -5000 & 0 & 0 & 150 & \\
 & 00 & & & 0 & 00 & 0 & 0 \rightarrow \text{1-я строка в} \\
 & & & & & & & \text{таблицу 3}
 \end{array}$$

7. Полученные результаты заносятся в следующую симплексную таблицу 3.

Таблица 3 .

Симплексная таблица

Базисные переменные	Свободные переменные	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_3$	2	3/2	0	1	1/2	0	0
$x_2$	4	1/2	1	0	1/2	0	0
$x_5$	5	3/2	0	0	1/2	1	0
$x_6$	2	1	0	0	0	0	-1
$L$	120000	5000	0	0	15000	0	0

8. Выясняем, есть ли в последней (индексной) строке отрицательные оценки? Таких чисел одно: -50000.

Далее, действуя по вышеописанному алгоритму, получаем следующую симплексную таблицу 4.

Таблица 4 .

Симплексная таблица

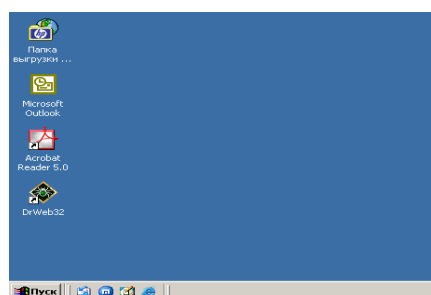


Базисные переменные	Свободные переменные	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$
$x_1$	$4/3$	1	0	$2/3$	$-1/2$	0	0
$x_2$	$10/3$	0	1	$-1/3$	$1/2$	0	0
$x_5$	3	0	0	-1	$1/2$	1	0
$x_6$	$2/3$	0	0	$-2/3$	0	0	-1
$L$	$380000/3$	0	0	$10000/3$	$40000/3$	0	0

Поскольку в индексной строке нет отрицательных оценок, мы получили оптимальное решение:  $x_1=4/3$ ,  $x_2=10/3$ ,  $x_3=0$ ,  $x_4=0$ ,  $x_5=3$ ,  $x_6=2/3$ . При этом максимальное значение линейной функции равно:  $L = 20000x_1 + 30000x_2 = 20000(4/3) + 30000(10/3) = 126666,66$ . Это и есть максимальный доход, исчисляемый в рублях.

Задача об оптимальном планировании производства продукции может быть решена с помощью пакета Excel. Для этого напишем программу на языке макрокоманд. Так как любая программа требует отладки, будем проводить её посредством сравнения получающихся в процессе написания программы результатов с образцами, представленными в виде рисунков.

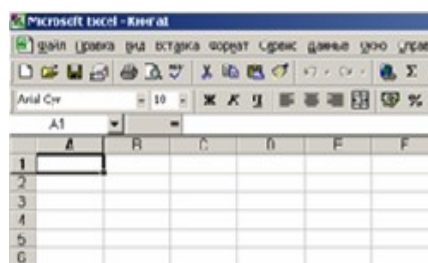
**1. Включение компьютера и вход в систему.** Результат выполнения представлен на рисунке 1.



Рис

. 1.

**2. Запуск программы Microsoft Excel.** Параметры: - рабочий стол. Результат выполнения представлен на рисунке 2.



### 3. Выбор активного листа.

Параметры: - лист: «Лист1». Результат выполнения представлен на рисунке 3.



Рис.

3.

### 4. Занесение заголовка в ячейку.

Параметры: - ячейка: A1, A2, B2; - данные: «Переменные», « $x_b$ », « $x_a$ ». Результат выполнения частично представлен на рисунке 4.

Рис. 4.

	А	В
1	Переменные	
2	$x_b$	$x_a$
3		

### 5. Занесение заголовка в ячейку.

Параметры: - ячейка: A4, A6; - данные: «Функция цели», «Ограничения». Результат выполнения частично представлен на рисунке 5.

Рис. 5.

4	Функция цели	
5		
6	Ограничения	
7		

### 6. Занесение формул в ячейку.

Параметры: - ячейка: C4; - данные: « $=30000 \cdot A3 + 20000 \cdot B3$ ». Результат выполнения представлен на рисунке 6.

Рис. 6.

fx = $=30000 \cdot A3 + 20000 \cdot B3$		
В	С	Д
	0	

### 7. Занесение формул в ячейку.

Параметры: - ячейка: A7, A8, A9, A10; - данные: « $=A3 + 2 \cdot B3$ », « $=2 \cdot A3 + B3$ », « $=B3 - A3$ ». Результат выполнения представлен на рисунке 7.

Рис. 7.

	А	В
6	Ограничения	
7		0
8		0
9		0
10		0

« $=B3$ ».

### 8. Занесение целых чисел в ячейку.

Параметры: - ячейка: B7, B8, B9, B10; - данные: «6», «8», «1», «2». Результат выполнения представлен на рисунке 8.

	А	В
6	Ограничения	
7		0
8		0
9		0
10		0

Рис. 8.

### 9. Настройка Поиск Решения.

Параметры: - целевая функция: «С4»; - равенство: «максимальное значение»; - изменяемые ячейки: «A3:B3»; - ограничения: «\$A\$3:\$B\$3 >= 0», «\$A\$7:\$A\$10 <= \$B\$7:\$B\$10»; - параметры: «линейная модель».

Результат выполнения представлен на рисунке 9.

	А	В	С	Д	Е
1	Переменные				
2	х <sub>б</sub>	х <sub>а</sub>			
3	3,333333333	1,333333			
4	Функция цели		126666,7		
5					
6	Ограничения				
7		6	6		
8		8	8		
9		-2	1		
10	1,333333333		2		

Рис. 9

Поиск решения дал оптимальный план производства карамели, дающий максимальную прибыль. Из Рис. 9 видно, что оптимальным является производство в сутки 3,333333333 тонны карамели сорта  $\beta$  и 1,333333333 тонны карамели сорта  $\alpha$ . Этот объём производства принесёт 126666,7 рублей прибыли.

Полученные материалы показывают полное совпадение результатов вычислений по методу симплексных таблиц и с помощью программного средства Excel **Поиск решения**. В данном случае расчёт в Excel можно рассматривать как проверочный.

### Литература

1. Бубнов В.А. и др. Практические занятия по информатике. М.: «Образование Информатика», 2001. -117с.
2. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в примерах и задачах. Часть I. М.: «Высшая школа», 1966. –304 с.
3. Медведев Т.А. Начальный курс финансовой математики. -М.: ТОО «Остожье», 2000. -267с.
4. Солодовников А.С. и др. Математика в экономике., ч. 1-3. -М.: «Финансы и статистика», -1999.
5. Курицкий Б.Я. Поиск оптимальных решений средствами Excel 7.0. – СПб.: ВHV-Санкт-Петербург, 1997.-384 с.
6. Гарнаев А.Ю. Использование MS Excel и VBA в экономике и финансах. - СПб.: ВHV-Санкт-Петербург, 1999.-336 с.
7. Долженков В., Колесников Ю. Microsoft Excel 2000. СПб.: ВHV-Санкт-Петербург, 2001.-1088 с.

